

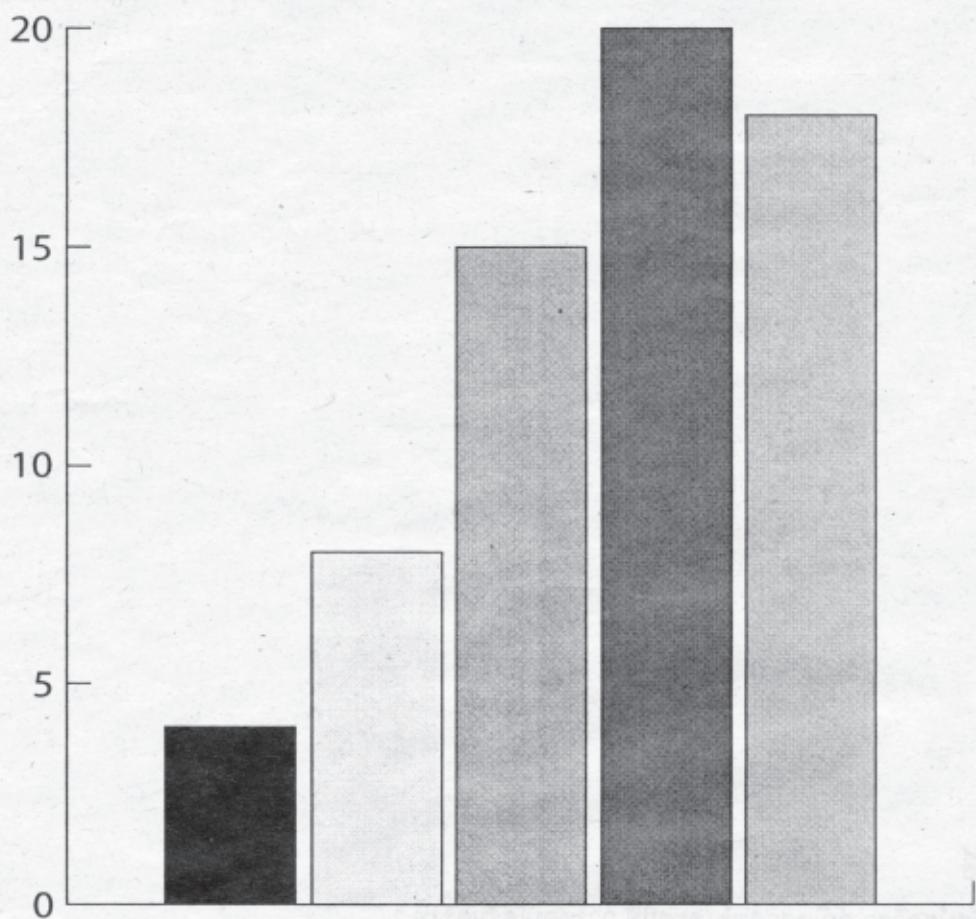


สาขาวิชาวิทยาการจัดการ
มหาวิทยาลัยสุขทัยธรรมราษฎร์

การสอนเสริมครั้งที่ 2

เอกสารโสตทัศน์บุณฑิวิชา

คณิตศาสตร์และสถิติ



3 0 2 0 5

Mathematics And Statistics

หนังสือเรียนภาษาไทย

ผลงานลิขสิทธิ์

เอกสารโดยทัศนคุณวิชา คณิตศาสตร์และสถิติ การสอนเสริมครั้งที่ 2

จัดทำขึ้นเพื่อเป็นบริการแก่นักศึกษาในการสอนเสริม

จัดทำด้านฉบับ : คณะกรรมการกิจกรรมพัฒนาคุณภาพชีวิตร่วม

บรรณาธิการ/ออกแบบ : หน่วยผลิตตีอีซู屯สอนเสริม ศูนย์โดยสารทัศนศึกษาฯ

สำนักเทคโนโลยีการศึกษา

จัดพิมพ์ : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พิมพ์ที่ : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

พิมพ์ครั้งที่ 32 ภาค 2/2558 พิมพ์ครั้งที่ 3

แผนการสอนเสริม

ครั้งที่ 2

ชุดวิชา คณิตศาสตร์และสถิติ

การสอนเสริมครั้งที่ 2 หน่วยที่ 6 – 10

ประเด็นการสอนเสริม

1. เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสถิติ
3. การแจกแจง การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูลขั้นพื้นฐาน
4. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ล้วนกลางและการวัดการกระจาย
5. การเรียงลับเปลี่ยน การจัดหมวดหมุนและการกระจายทิวนาม

แนวคิด

1. เรขาคณิตวิเคราะห์เป็นวิชาที่นำหลักเกณฑ์ต่างๆ ทางพีชคณิตและเรขาคณิตมาผสานกันทำให้เราสามารถที่จะแก้ปัญหาทางเรขาคณิตด้วยพีชคณิต และในทำนองเดียวกันความสามารถที่จะแก้ปัญหาทางพีชคณิตด้วยรูปวางแผนทางเรขาคณิต
2. สถิติหมายถึงสาขาวิชาหนึ่งที่ว่าด้วยทฤษฎีและระเบียบวิธีในการเก็บรวบรวมข้อมูลตัวเลข การนำเสนอข้อมูล การตีความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูล ตลอดจนการประยุกต์ใช้ข้อมูลเพื่อช่วยในการตัดสินใจ
3. การนำเสนอข้อมูลเป็นการนำเสนอข้อมูลทางธุรกิจที่รวมมาเสนอในรูปตารางแผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น อิสโตแกรม และแผนภูมิก้านและใบ
4. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ล้วนกลาง เป็นวิธีกำหนดตัวแทนข้อมูล โดยการกำหนดค่ากลางของข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย มัธยฐานและฐานนิยม
5. การวัดการกระจายเป็นการศึกษาการเบี่ยงเบนของข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากค่ากลาง การวัดการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย
6. วิธีเรียงลับเปลี่ยน เป็นวิธีการนำลิขของจำนวนหนึ่งมาวางเรียงต่อเนื่องกัน ให้เป็นรูปเชิงเส้นหรือรูปวงกลมก็ได้ โดยถือว่าลำดับลิขของอยู่ก่อนหรือหลังเป็นเรื่องสำคัญ การนับจำนวนวิธีทั้งหมดของวิธีเรียงลับเปลี่ยนตั้งกล่าว จึงจำเป็นต้องคำนึงถึงรูปแบบของการเรียงลำดับลิขของเป็นสำคัญ

7. วิธีจัดหมวดหมู่ เป็นวิธีการเลือกสิ่งของจำนวนหนึ่ง โดยไม่คำนึงถึงลำดับของสิ่งของอยู่ก่อนหรือหลัง เป็นสำคัญ อาจจะเลือกสิ่งของเหล่านั้นเพียงบางสิ่งมาจัดเป็นหมวดหมู่เดียว หรือทั้งหมดมาจัดเป็นหมวดหมู่ ก็ได้ การนับจำนวนวิธีทั้งหมดของวิธีจัดหมวดหมู่ดังกล่าวจะไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงรูปแบบของ การเรียงลำดับสิ่งของเป็นสำคัญ
8. ทวนน้ำม คือ นิพจน์ที่อยู่ในรูปผลรวมของพจน์ 2 พจน์ ทฤษฎีบทวินามจึงเป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยหลัก การในการกระจายทวนน้ำที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งต้องอาศัยหลักการคำนวนหาจำนวน วิธีของวิธีจัดหมวดหมู่เข้าช่วยอีกขั้นหนึ่ง

วัตถุประสงค์

เมื่อ마련การสอนเสริมแล้ว นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายความหมายของแกนพิกัดจากและเส้นตรงได้
2. หาสมการวงกลมและสมการพาราโบลาได้
3. อธิบายความหมาย ความเป็นมาและระเบียบวิธีทางสถิติได้
4. แจกแจงความถี่และนำเสนอนข้อมูลทางธุรกิจในรูปแบบต่างๆ ได้
5. วิเคราะห์ข้อมูลทางธุรกิจขั้นพื้นฐานได้
6. คำนวนสถิติที่ใช้ในเรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและคำสถิติที่ใช้ในการวัดการกระจายได้
7. หาจำนวนวิธีของการเรียงลับเปลี่ยนในกรณีต่างๆ ได้
8. กระจายทวนน้ำที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกได้

กิจกรรมการสอนเสริม

1. พัฒนารูปประเด็นต่างๆ ตามเอกสารโดยทัศน์
2. ซักถามเกี่ยวกับประเด็นต่างๆ ของஆடுவிசா
3. ทำแบบประเมินผลหลังการสอนเสริม
4. ประเมินผลการสอนเสริม

สื่อการสอนเสริม

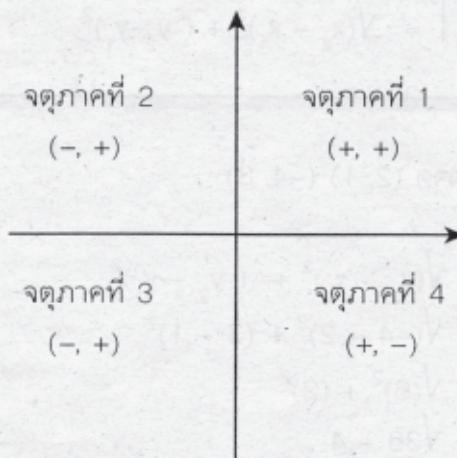
1. เอกสารโดยทัศน์
2. แบบประเมินผลก่อนและหลังการสอนเสริม

หน่วยที่ 6
เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น

ใบสัมภาร์ # 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับแกนพิกัดจาก

แนวคิดเกี่ยวกับแกนพิกัดจาก

ระบบแกนพิกัดจากประกอบด้วยเส้นตรง 2 เส้น เส้นหนึ่งอยู่ในแนวนอนเรียกว่า แกน X อีกเส้นหนึ่งอยู่ในแนวตั้ง เรียกว่า แกน Y เส้นตรงทั้งสองนี้ตัดกันเป็นมุมฉากและเรียกจุดตัดดังกล่าวว่า “จุดกำเนิด” และล้ำหรับจุดใดๆ ที่ด哥อยู่ในระบบแกนพิกัดจะต้องมีพิกัดของจุดอยู่ในลักษณะคู่ลำดับ (x, y) โดย ชื่อเรียก x ว่า “พิกัดแรกของจุด” (abscissa) และเรียก y ว่า “พิกัดที่สองของจุด” (ordinate) เรียกคู่ลำดับ (x, y) ว่า “โคออร์ดิเนต” (coordinates)



แกน X และ Y จะแบ่งรูปแบบออกเป็นลีส่วน ในแต่ละส่วนเรียกว่า “จุดภาค”
 จุดภาคที่ 1 จะมีพิกัดแรกและหลังเป็นจำนวนจริงบวกทั้งคู่
 จุดภาคที่ 2 จะมีพิกัดแรกเป็นจำนวนจริงลบและพิกัดหลังเป็นจำนวนจริงบวก
 จุดภาคที่ 3 จะมีพิกัดแรกและพิกัดหลังเป็นจำนวนจริงลบทั้งคู่
 จุดภาคที่ 4 จะมีพิกัดแรกเป็นจำนวนจริงบวกและพิกัดหลังเป็นจำนวนจริงลบ

ทดสอบ # 2.2 ระหว่างทางระหว่างจุด 2 จุด

ระหว่างทางระหว่างจุด 2 จุด

ระยะทางระหว่างจุดสองจุดบนเส้นจำนวน

บนเส้นจำนวนเรารสามารถหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้ดังนี้ เช่น P_1 มีพิกัดเป็นจำนวนจริง x_1 , และ P_2 มีพิกัดเป็นจำนวนจริง x_2 ระยะ $P_1 P_2$ คือค่าสัมบูรณ์ของ $x_1 - x_2$ หรือค่าสัมบูรณ์ของ $x_2 - x_1$ เขียนแทนด้วย

$$\begin{vmatrix} P_1 & P_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 - x_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 \end{vmatrix}$$

ระยะทางระหว่างจุดสองจุดบนระนาบ

ระยะทางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ หาได้จากสูตร

$$\begin{vmatrix} P_1 & P_2 \end{vmatrix} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ตัวอย่าง จงหาระยะทางระหว่างจุด $(2, 1)$ $(-4, 3)$

วิธีทำ จากสูตร

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} P_1 & P_2 \end{vmatrix} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \begin{vmatrix} P_1 & P_2 \end{vmatrix} &= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (3 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{36 + 4} \\ &= \sqrt{40} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

ໂສດທັບ # 2.3 ຈຸດແບ່ງສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ

ຈຸດແບ່ງສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ

ສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງທີ່ມີທີ່ສາທາງຈາກ A ໄປ B ເຊິ່ນແກ່ນດ້ວຍ \overline{AB} ດັ່ງນັ້ນ ສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງທີ່ມີທີ່ສາທາງຈາກ B ໄປ A ຈະເຊິ່ນໄດ້ວ່າ \overline{BA}

$$\text{ນັ້ນຄືວ່າ } \overline{AB} = -\overline{BA}$$

ການແບ່ງສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງແບ່ງອອກໄດ້ເປັນ 2 ປະເທດ ຄືວ່າ

1. ການແບ່ງກາຍໃນສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ (internal division)

ถ้าໄທ້ AB ເປັນສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ P ເປັນຈຸດແບ່ງທີ່ອີງຮ່າງຈຸດ A ແລະ ຈຸດ B ເຊິ່ນການແບ່ງນີ້ວ່າເປັນກາຍໃນແລະເຮັດ P ວ່າຈຸດແບ່ງກາຍໃນສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ AB

ถ้าໄທ້ r ແກນອັດຮາສ່ວນແບ່ງກາຍໃນຂອງສ່ວນແບ່ງ AB ຈະໄດ້

$$r = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} > 0$$

ຕ້າງ $\overline{AP} = \overline{PB}$ ແລ້ວຈະໄດ້ວ່າ P ເປັນຈຸດກົ່ງກລາງຂອງ AB ຈະໄດ້

$$\begin{aligned} r &= \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

2. ການແບ່ງກາຍນອກສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ (external division)

ถ้าໄທ້ AB ເປັນສ່ວນຂອງເລັ້ນຕຽງ P ເປັນຈຸດແບ່ງທີ່ອີງໃນແນວຂອງ AB ທີ່ດ້ວຍອອກໄປໜ້າໃຫ້ໜ້ານີ້ວ່າເປັນກາຍນອກ ແລະເຮັດ P ວ່າຈຸດແບ່ງກາຍນອກຂອງເລັ້ນຕຽງ AB

ถ้าໄທ້ r ແກນອັດຮາສ່ວນແບ່ງກາຍນອກຂອງສ່ວນແບ່ງ AB ຈະໄດ້

$$r = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} < 0$$

โปรดทัศน์ # 2.3 (ต่อ)

การหาพิกัดของจุดแบ่งภายในส่วนของเส้นตรง

ให้ $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดปลายของส่วนของเส้นตรงบนระนาบ $P(x, y)$ เป็นจุดแบ่งภายในส่วนของเส้นตรง AB ด้วยอัตราส่วน $r = \frac{AP}{PB}$

$$\text{พิกัดของจุดแบ่งครึ่งหรือจุดกึ่งกลาง คือ } P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

เส้นตรง

ความชันของเส้นตรง

ความชัน (slope) ของเส้นตรงเป็นค่าที่บอกว่าเส้นตรงนั้นจะเอียงทำมุมอย่างไรกับแนวระดับ (แกน X) ในทิศทางเดินทางไปทางขวา

สูตรการหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ มีค่าเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
เมื่อ $x_1 \neq x_2$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{เมื่อ } x_1 \neq x_2$$

$$\text{และ } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{เมื่อ } x_1 \neq x_2$$

เส้นตรงที่ขนานกันและตั้งฉาก

ให้ m_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ

1. เส้นตรง L_1 ขนานกับ L_2 ก็ต่อเมื่อ $m_1 = m_2$
2. เส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับ L_2 ก็ต่อเมื่อ $m_1 \times m_2 = -1$ โดยที่ $m_1 \neq 0, m_2 \neq 0$
3. เส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 มีความชันเท่ากัน และมีจุดร่วมกันอยู่หนึ่งจุด จะได้ว่า เส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นเดียวกันหรือเป็นเส้นที่ต่อเนื่องกัน

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງ

(ການ ໄກສອງ) ໄກຕໍ່ທີ່ການທີ່ການ

ຕໍ່ກິບແນວ

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງສາມາຄະແປ່ງໄດ້ເປັນ 4 ຮູບແບບ ດັ່ງນີ້

ແບບທີ 1 ສມກາຣເລັ້ນຕຽງແບບຈຸດແລະຄວາມຂັ້ນ (point-slope form)

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງທີ່ຜ່ານຈຸດ $P_1(x_1, y_1)$ ແລະມີຄວາມຂັ້ນ m ເຂົ້ານອຍ້ໃນຮູບ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ແບບທີ 2 ສມກາຣເລັ້ນຕຽງແບບຜ່ານຈຸດສອງຈຸດ (two-points form)

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງທີ່ຜ່ານຈຸດ $P_1(x_1, y_1)$ ແລະ $P_2(x_2, y_2)$ ມີສມກາຣອຍ້ໃນຮູບ

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \text{ ໂດຍທີ່ } x_1 \neq x_2$$

ແບບທີ 3 ສມກາຣເລັ້ນຕຽງແບບຄວາມຂັ້ນແລະສ່ວນຕັດແກນ (slope-intercept form)

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງທີ່ມີຄວາມຂັ້ນທ່າກັນ m ແລະມີຈຸດຕັດແກນ y ຄືວ່າ $(0, b)$ ເຂົ້ານອຍ້ໃນຮູບ

$$y = mx + b$$

ແບບທີ 4 ສມກາຣເລັ້ນຕຽງແບບສ່ວນຕັດແກນ (intercept form)

ສມກາຣເລັ້ນຕຽງທີ່ມີຈຸດຕັດແກນ X ຄືວ່າ a ຮະຢະຕັດແກນ Y ຄືວ່າ b ມີສມກາຣອຍ້ໃນຮູບ

$$\frac{Y}{b} + \frac{X}{a} = 1$$

โปรดักส์ # 2.4 (ต่อ)

แบบที่ 5 สมการเส้นตรงทั่วไป (general form)

สมการเส้นตรงแบบทั่วไป คือ สมการดีกรี 1 ของตัวแปร x, y ซึ่งเขียนได้อยู่ในรูป

$Ax + By + C = 0$ โดยที่ A, B, C เป็นค่าคงที่ อย่างไรก็ตามจากสมการเส้นตรงแบบทั่วไป

สามารถจัดออยู่ในรูป $y = mx + b$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

จะได้ว่า ความชันของเส้นตรง คือ $-\frac{A}{B}$ และระยะตัดแกน Y คือ $-\frac{C}{B}$

โปรดักส์ # 2.5 วงกลม

วงกลม

วงกลม คือ เช็ตของจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากจุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากันเสมอ

จุดคงที่นี้เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และระยะทางที่เท่ากันเรียกว่า รัศมีของวงกลม

การพิจารณาวงกลมแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $0, 0$ และรัศมี $r (r > 0)$ มีสมการอยู่ในรูป

$$x^2 + y^2 = r^2$$

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k)

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และมีรัศมี $r (r > 0)$ มีสมการอยู่ในรูป

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

โปรดทัศน์ # 2.5 (ต่อ)

(BR) 0.9 # บล็อกทัศน์

สมการทั่วไปของวงกลม

สมการทั่วไปของวงกลมสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad \text{เมื่อ } D, E, F \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

โปรดทัศน์ # 2.6 พาราโบลา

พาราโบลา

พาราโบลา (parabola) คือ เชิงของจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่ง และ จุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากันเสมอ

เส้นตรงคงที่ เรียกว่า **เส้นไดเรกทริกซ์** (directrix)

จุดคงที่ เรียกว่า **โฟกัส** (focus)

เส้นตรงซึ่งผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับเส้นไดเรกทริกซ์ เรียกว่า **แกนของพาราโบลา**

จุดที่กราฟของพาราโบลาตัดกับแกนของพาราโบลา เรียกว่า **จุดยอดของพาราโบลา**

ค่าคงที่ลากผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับแกนของพาราโบลา เรียกว่า **เลตัสเรกตัม** (latus rectum)

สมการของพาราโบลา

การหาสมการพาราโบลาในกรณีที่พาราโบلامีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด สามารถหาได้ดังนี้

1. ถ้าโฟกัสอยู่ที่ $(c, 0)$ และสมการของเส้นไดเรกทริกซ์ คือ $x = -c$

จะได้สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4cx$

2. ถ้าโฟกัสอยู่ที่ $(-c, 0)$ และสมการของเส้นไดเรกทริกซ์ คือ $x = c$

จะได้สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = -4cx$

3. ถ้าโฟกัสอยู่ที่ $(0, c)$ และสมการของเส้นไดเรกทริกซ์ คือ $y = -c$

จะได้สมการของพาราโบลา คือ $x^2 = 4cy$

4. ถ้าโฟกัสอยู่ที่ $(0, -c)$ และสมการของเส้นไดเรกทริกซ์ คือ $y = c$

จะได้สมการของพาราโบลา คือ $x^2 = -4cy$

مسئล์ค์ # 2.6 (ตอ)

(๑๖) ๒.๖ ค. แบบที่ ๑

การหาความยาวของเลต์สเรกตัม

การหาความยาวของเลต์สเรกตัม ถ้าสมการอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$ หรือ $x^2 = 4cy$
จากสมการจะทำให้เลต์สเรกตัมนานกัน แกน Y ดังนั้น พิกัดตัวที่ 1 ของจุดปลายทั้งสองของเลต์สเรกตัม
คือ C

$$\text{จาก } y^2 = 4cx$$

$$\text{เมื่อ } x = c$$

$$\text{ดังนั้น } y^2 = 4c(c)$$

$$y^2 = 4c^2$$

$$y^2 = \pm 2c$$

ดังนั้น จุดปลายของเลต์สเรกตัม คือ $(c, -2c), (c, 2c)$

ความยาวของเลต์สเรกตัมเท่ากับ $|4c|$

ตัวอย่าง จงหาจุดโฟกัส และสมการของเส้นไดเรกติวิกร์ชของพาราโบลา $3x^2 + 16y = 0$ และ
จีวิเคราะห์หาค่าต่างๆ ของพาราโบลา

วิธีทำ จัดพาราโบลาในโจทย์ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $x^2 = 4cy, y^2 = 4cx$ และวิเคราะห์หาค่าต่างๆ
ของพาราโบลา

$$1. \text{ จัดรูปใหม่ จะได้ } x^2 = -\frac{16}{3}y$$

$$= -4\left(\frac{4}{3}\right)y$$

$$\text{จะได้ } c = -\frac{4}{3}$$

ตามรูปสมการแกนสมมาตรอยู่บนแกน Y จุดโฟกัสจึงต้องอยู่บนแกน Y ด้วย
จุดโฟกัส คือ $(0, -\frac{4}{3})$

$$\text{สมการไดเรกติวิร์ช คือ } y = \frac{4}{3}$$

รูปกราฟเป็นรูปค่าว

$$\text{ความยาวเลต์สเรกตัมเท่ากับ } |4(-\frac{4}{3})| = \frac{16}{3} \text{ หน่วย}$$

مسئลทัศน์ # 2.6 (ต่อ)

$$\begin{aligned} 2. \text{ จัตุรูปใหม่ จะได้ } y^2 &= 8x \\ &= 4(2)x \\ \text{ จะได้ } c &= 2 \end{aligned}$$

เดดตามรูปสมการแกนสมมาตรอยู่บนแกน X จุดโฟกัสจึงต้องอยู่แบบแกน X ด้วย
จุดโฟกัส คือ $(2, 0)$

สมการไดเรกต์ริกซ์ คือ $x = -2$

รูปกราฟเป็นรูปปีระแคงทางขวามีอ

ความยาวเลตัสเรกตัมเท่ากับ $|4(2)| = 8$ หน่วย

คําถามท้ายบท

1. จงหาระยะทางระหว่างจุด $(-2, -5)$ และ $(3, 7)$

1. 10
2. 11
3. 12
4. 13
5. 14

2. จงหาระยะทางระหว่างจุด $(2, -3)$ และ $(-3, 2)$

1. $\sqrt{5}$
2. $2\sqrt{5}$
3. $5\sqrt{2}$
4. 2
5. 5

3. จงหาความชันและจุดตัดบนแกน Y ของสมการ $2x - y - 4 = 0$

1. ความชันคือ -2 จุดตัดบนแกน Y คือ $(0, 4)$
2. ความชันคือ 2 จุดตัดบนแกน Y คือ $(0, -4)$
3. ความชันคือ $\frac{1}{2}$ จุดตัดบนแกน Y คือ $(0, -2)$
4. ความชันคือ $-\frac{1}{2}$ จุดตัดบนแกน Y คือ $(0, 2)$
5. ความชันคือ $\frac{1}{2}$ จุดตัดบนแกน Y คือ $(0, 4)$

4. จงหาศูนย์กลางและรัศมีของสมการวงกลม $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$

1. จุดศูนย์กลาง $(1, 2)$ รัศมี 1
2. จุดศูนย์กลาง $(1, -2)$ รัศมี 2
3. จุดศูนย์กลาง $(-1, 2)$ รัศมี 1
4. จุดศูนย์กลาง $(-1, -2)$ รัศมี 2
5. จุดศูนย์กลาง $(-1, 2)$ รัศมี 2

5. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, -3)$ และรัศมี 2

1. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$

2. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 4 = 0$

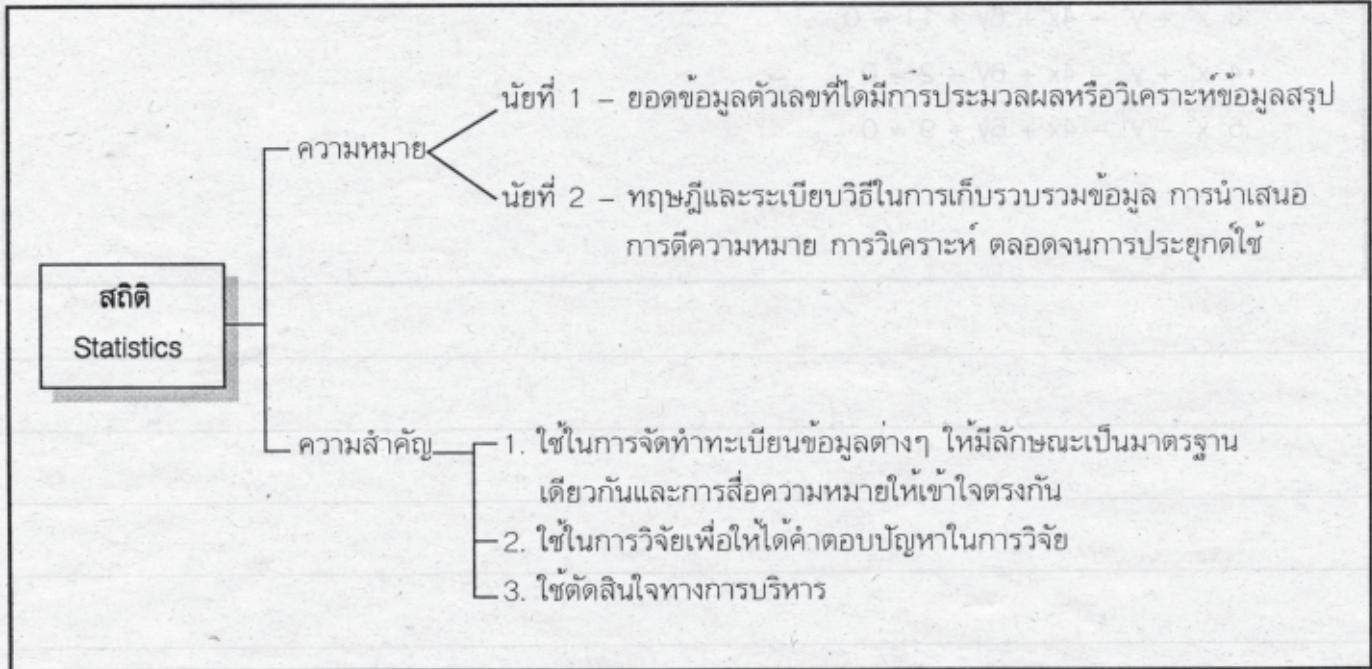
3. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$

4. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 2 = 0$

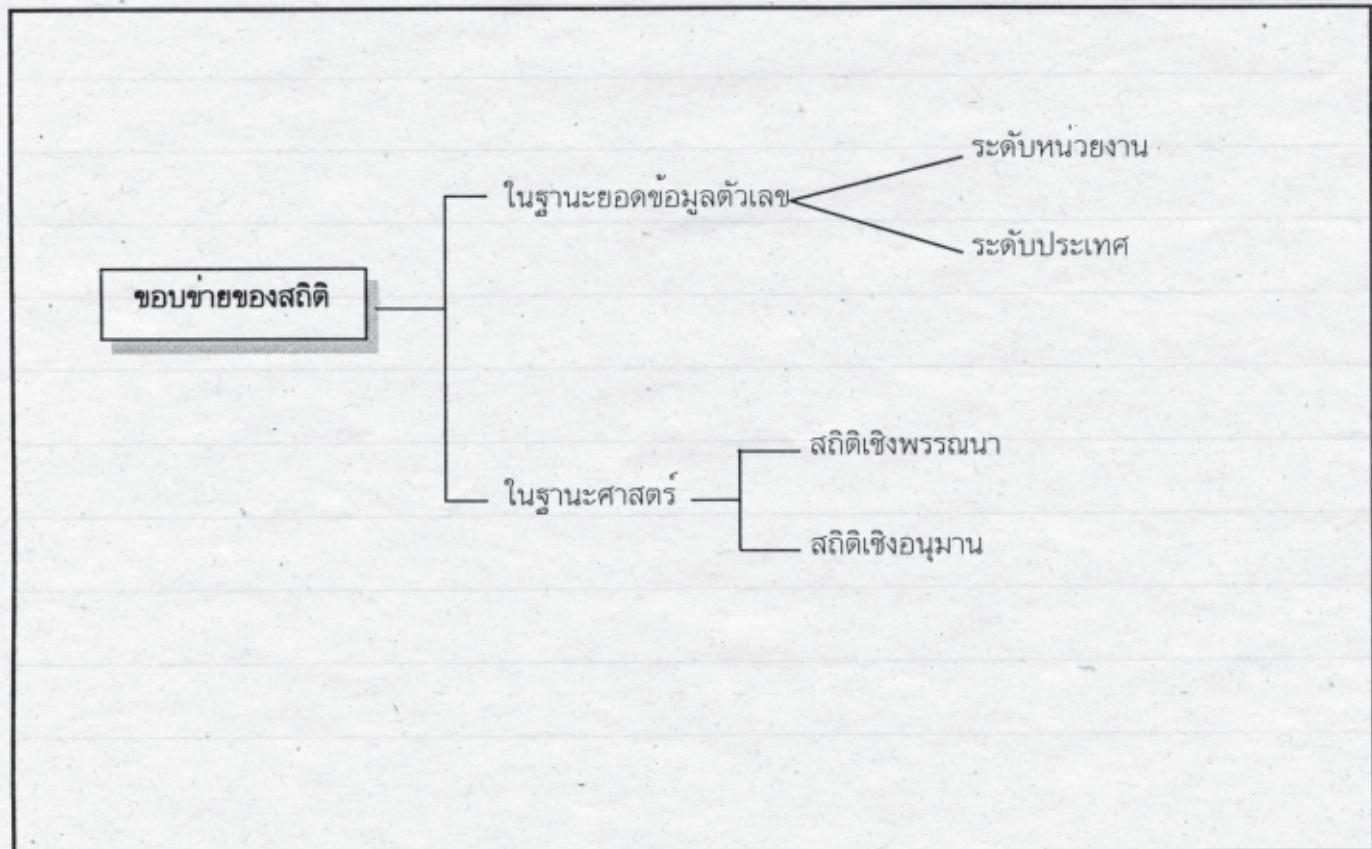
5. $x^2 - y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$

หน่วยที่ 7
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสถิติ

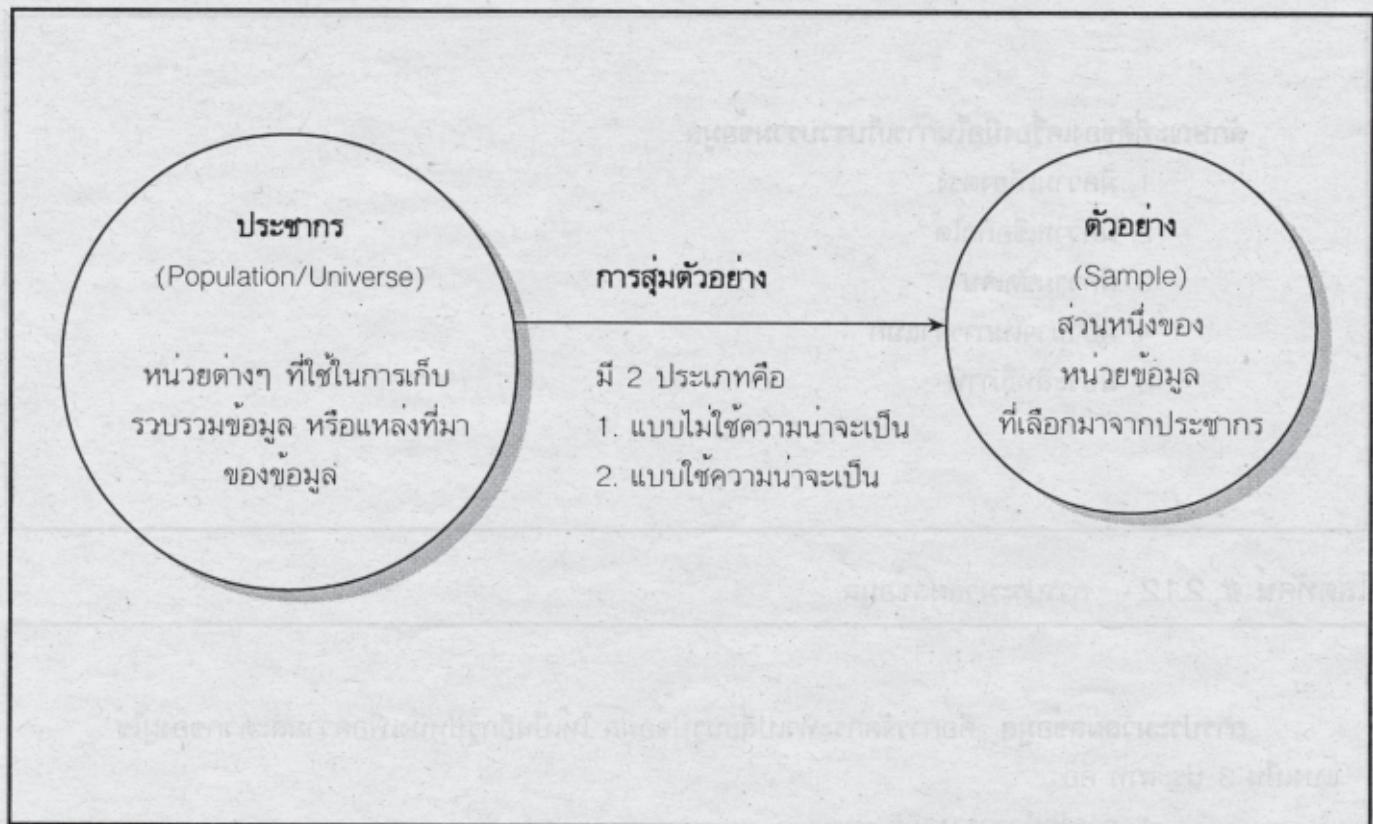
ใบสัมภาน์ # 2.7 สถิติ



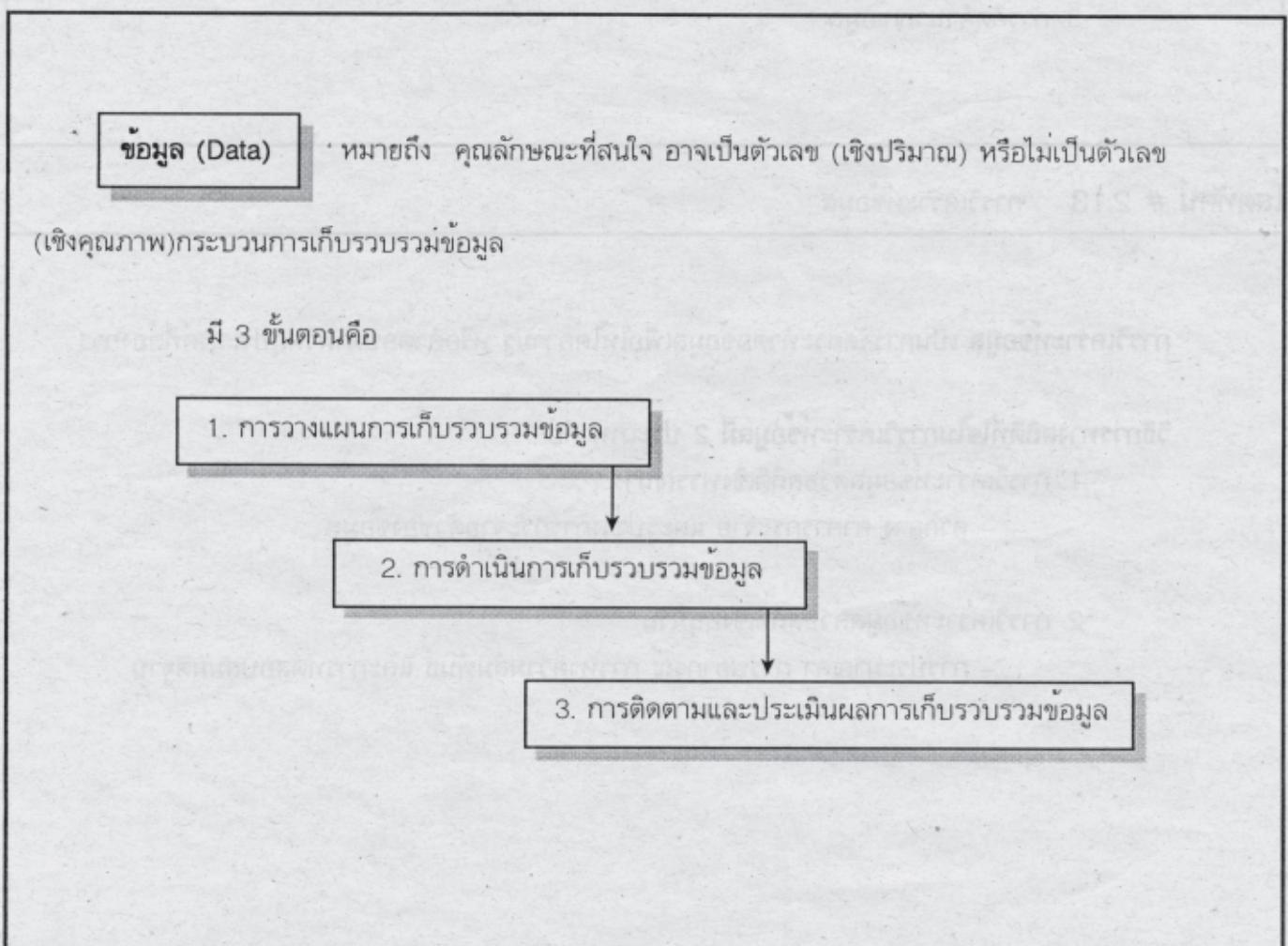
ใบสัมภาน์ # 2.8 ขอบข่ายของสถิติ



โปรดทัศน์ # 2.9 ประชากร



โปรดทัศน์ # 2.10 ข้อมูล (Data)



โสดทัศน์ # 2.11 ลักษณะที่ดีของเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ลักษณะที่ดีของเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. มีความเที่ยงตรง
2. มีความเชื่อถือได้
3. มีความชัดเจน
4. มีอำนาจในการจำแนก
5. มีประสิทธิภาพ

โสดทัศน์ # 2.12 การประมวลผลข้อมูล

การประมวลผลข้อมูล คือการจัดกระทำเปลี่ยนรูปข้อมูล ให้เป็นอีกรูปหนึ่งเพื่อความสะดวกของผู้ใช้ แบ่งเป็น 3 ประเภท คือ

1. การจัดทำตารางสถิติ
2. การจัดทำทะเบียนหรือระบบข้อมูล
3. การคิดคำนวณข้อมูล

โสดทัศน์ # 2.13 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล เป็นการจัดกระทำต่อข้อมูลเพื่อให้ได้ความรู้ หรือคำตอบตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

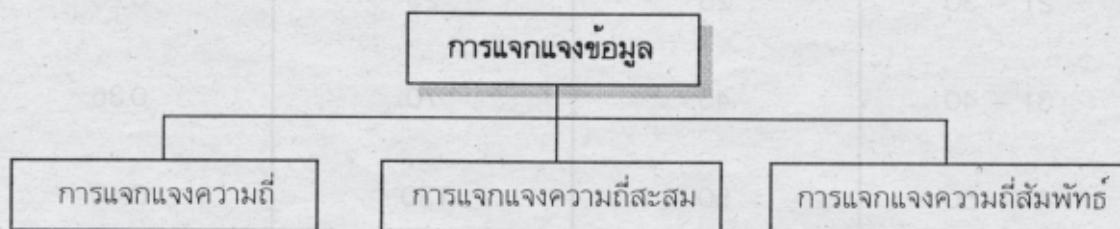
วิธีการทางสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมี 2 ประเภท คือ

1. การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติเชิงพรรณนา
 - ค่ากลาง ค่าการกระจาย และรูปร่างการกระจายตัวของข้อมูล
2. การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติเชิงอนุมาน
 - การประมาณค่า การพยากรณ์ การหาความลับพันธ์ และการทดสอบสมมติฐาน

หน่วยที่ 8

การแจกแจง การนำเสนอ และวิเคราะห์ข้อมูลขั้นพื้นฐาน

ใบสัมภารณ์ # 2.14 การแจกแจงข้อมูล



ใบสัมภารณ์ # 2.15 การแจกแจงความถี่แบบจัดเป็นกลุ่ม

การแจกแจงความถี่แบบจัดเป็นกลุ่ม

มีวิธีการดังนี้

1. หาพิสัย = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด
2. ประมาณจำนวนชั้นที่ต้องการ
3. กำหนดชีดจำกัดชั้นของข้อมูล
4. กำหนดชีดจำกัดที่แท้จริง
5. หาจุดกลาง
6. นำข้อมูลตີบมาแจกแจงความถี่ในตาราง

โปรดักส์ 2.16

ตัวอย่างตารางแจกแจงความถี่

ตัวอย่าง ตารางแจกแจงความถี่ ความถี่สะสม และ ความถี่สัมพัธ์ ของอายุพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่ง

อายุ (ปี)	ความถี่	ความถี่ สะสม	ความถี่ สัมพัธ์
21 – 30	25	25	0.20
31 – 40	45	70	0.36
41 – 50	50	120	0.40
51 – 60	5	125	0.04
รวม	125	125	1.00

จากการแจกแจงความถี่ ให้ตอบคำถามต่อไปนี้

1. พิสัยของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าใด
2. พนักงานที่มีอายุไม่เกิน 50 ปี มีจำนวนเท่าใด
3. พนักงานที่มีอายุช่วง 41–50 ปี มีความถี่สัมพัธ์เท่าใด

โปรดักส์ # 2.17 การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนอข้อมูล

- 1. ตาราง
- 2. แผนภูมิแท่ง วงกลม และ กราฟเส้น
- 3. ชิล์ดโปรแกรม และแผนภูมิก้าวใน

โสดทัศน์ # 2.18 การวิเคราะห์ข้อมูลขั้นพื้นฐาน

(๓๗) ๙๑.๕ % ๘๖๗๘๖๙

การวิเคราะห์ข้อมูล
ขั้นพื้นฐาน

1. ร้อยละ สัดส่วน และอัตราส่วน
2. ความล้มเหลวระหว่างร้อยละ สัดส่วน และอัตราส่วน
3. เปอร์เซ็นต์ไทย และ ค่าวอไทย

โสดทัศน์ # 2.19 การประยุกต์ใช้ : การวิเคราะห์งบกำไรขาดทุนโดยใช้ ร้อยละ สัดส่วน และอัตราส่วน

ร้อยละ เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลโดยเปรียบเทียบตัวเลข 2 จำนวนโดยใช้ฐานเป็น 100

สัดส่วน คือ เศษส่วนของจำนวนอยู่ต่อจำนวนรวมทั้งหมด

อัตราส่วน คือ การเปรียบเทียบตัวเลข 2 จำนวนที่อยู่ในหน่วยเดียวกัน

ค่าร้อยละ สัดส่วน อัตราส่วน มีความล้มเหลวทันทีเมื่อเปลี่ยนฐาน

ตัวอย่าง การวิเคราะห์งบกำไรขาดทุน

จากงบกำไรขาดทุน

ประจำปีเพียงวันที่ 31 ธันวาคม 2548 และ 2549

	2548	2549
	จำนวนเงิน (บาท)	อัตราร้อยละ ต่อยอดขาย
	จำนวนเงิน (บาท)	อัตราร้อยละ ต่อยอดขาย
ยอดขาย	725,900
<u>หัก</u> ต้นทุนลินค้าขาย	<u>496,525</u>
กำไรขั้นต้น	229,375
<u>หัก</u> ค่าใช้จ่ายดำเนินงาน	<u>181,475</u>
กำไรก่อนหักภาษี	47,900
<u>หัก</u> ภาษี	4,790
กำไรสุทธิ	<u>43,110</u>

1. ให้นักศึกษาเติมตัวเลขในช่องว่าง “อัตราร้อยละของยอดขายปี” 2548 และปี 2549
2. ต้นทุนลินค้าของยอดขายในปี 2549 เพิ่มขึ้นจากต้นทุนลินค้าของยอดขายในปี 2548 หรือไม่
3. กำไรขั้นต้นในปี 2549 เพิ่มขึ้นหรือลดลงจากกำไรขั้นต้นในปี 2548
4. ค่าใช้จ่ายในการดำเนินงานเมื่อเปรียบเทียบกับยอดขายในปี 2549 เพิ่ม ขึ้นหรือลดลงจากปี 2548
5. กำไรก่อนหักภาษีลดลงหรือไม่

ສົດທັບນີ້ # 2.19 (ດອ)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

ใบที่ค้น # 2.20 การแปลงค่าอัตราส่วน และค่าสัดส่วนเป็นร้อยละ

การแปลงค่าอัตราส่วนเป็นร้อยละ

อัตราส่วนผลผลิตต่อวันของโรงงาน A : โรงงาน B = 468 : 156

หรือ อัตราส่วน 3 : 1

เปลี่ยนฐาน 1 เป็น 100

จะได้ ผลผลิตของโรงงาน A เป็น 300% ของโรงงาน B

การแปลงค่าสัดส่วนเป็นร้อยละ

สัดส่วนของผลผลิตโรงงาน A เท่ากับ .75

เมื่อคูณ 100 จะได้ ผลผลิตของโรงงาน A เท่ากับ 75% ของผลผลิตทั้งหมด

การแปลงอัตราส่วนเป็นสัดส่วนและร้อยละ

อัตราส่วนงบประมาณโฆษณาทางวิทยุ : หนังสือพิมพ์ = 3 : 2

สัดส่วนของงบประมาณโฆษณาทางวิทยุ

$$= \frac{3}{3+2}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$= 0.6$$

ร้อยละของงบประมาณโฆษณาทางวิทยุ

$$= 0.6 \times 100$$

$$= 60\%$$

โปรดักส์ # 2.21 การคำนวณเปอร์เซ็นต์ไทยและค่าวอี้ล์

ตัวอย่าง การคำนวณเปอร์เซ็นต์ไทยและค่าวอี้ล์

1. จากแผนภูมิก้านและใบข้างล่างนี้ จงคำนวณหาค่า P_{50} และ P_{85}

9	714
10	82230
11	561776735
12	394282
13	20

2. จากโจทย์ในข้อ 1 ข้อให้คำนวณค่าของ $Q_1 - Q_4$

เฉลย ข้อ 1

จำนวนข้อมูล (N) = 25

จัดเรียงข้อมูลตามลำดับจากน้อยไปมาก ได้ดังนี้

91	102	115	117	124
94	103	115	117	128
97	108	116	122	129
100	111	116	122	130
102	113	117	123	132

$$P_{50} = \text{ตำแหน่งที่ } \frac{50}{100} \times 25 = 12.5$$

$$\text{ค่าของ } P_{50} = \frac{\text{ค่าตำแหน่งที่ } 12 + \text{ค่าตำแหน่งที่ } 13}{2}$$

$$= \frac{115 + 116}{2} = 115.5$$

$$P_{85} = \text{ตำแหน่งที่ } \frac{85}{100} \times 25 = 21.25$$

โจทย์คณ์ # 2.21 (ต่อ)

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าของ } P_{85} &= \text{ค่าตำแหน่งที่ } 21 + \frac{1}{4} (\text{ค่าของตำแหน่งที่ } 22 - \text{ค่าของตำแหน่งที่ } 21) \\
 &= 124 + \frac{1}{4} (128 - 124) \\
 &= 124 + \frac{4}{4} = 125
 \end{aligned}$$

เฉลยข้อ 2

$$Q_1 = \frac{25 + 1}{4} = \frac{26}{4} = 4.5 \quad \text{ค่าของตำแหน่ง} = \frac{100 + 102}{2} = 101$$

$$Q_2 = \frac{25 + 1}{2} = \frac{26}{2} = 13 \quad \text{ค่าของตำแหน่ง} = 1.16$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(25 + 1) = 19.5 \quad \text{ค่าของตำแหน่ง} = \frac{122 + 123}{2} = 122.5$$

$$Q_4 = \text{ตำแหน่งที่ } N = 25 \quad \text{ค่าของตำแหน่ง} = 132$$

หน่วยที่ ๙

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย

ใบสัมภานุกิจ # 2.22 ค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) ค่านิยมได้จากการนำผลรวมของข้อมูลทุกด้วยจำนวนหรือความถี่ของข้อมูลทั้งหมด

1. คำนวณค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการจัดกลุ่ม มี 2 วิธี

1.1 ข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่มและไม่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

1.2 ข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่ม แต่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{n}$$

2. คำนวณค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการจัดกลุ่ม

สูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{n}$$

โปรดักส์ # 2.23 มัธยฐาน

มัธยฐาน เป็นค่าของข้อมูลที่อยู่ตรงกึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อจัดเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อย

1. ข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่ม

1.1 เมื่อข้อมูลมีจำนวนเป็นเลขคู่

$$\text{มัธยฐาน} = \text{ค่าของข้อมูลที่อยู่กึ่งกลาง}$$

1.2 เมื่อข้อมูลมีจำนวนเป็นเลขคู่

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลที่อยู่กึ่งกลาง } 2 \text{ ค่า}}{2}$$

2. ข้อมูลที่มีการจัดกลุ่ม

สูตร

$$Mdn = Lo + C \left(\frac{\frac{N}{2} - F_1}{f_{mdn}} \right)$$

โปรดักส์ # 2.24 ฐานนิยม

ฐานนิยม เป็นค่าของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด

1. ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่ม

ให้เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อย และทำการแจกแจงความถี่ ฐานนิยม คือข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

2. ฐานนิยมของข้อมูลที่มีการจัดกลุ่ม

สูตร

$$Mode = Lo + c \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

โปรดทัศน์ # 2.25 ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย

ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย เป็นการวัดการเบี่ยงเบนของข้อมูลจากค่าเฉลี่ย

1. ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

2. ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

โปรดทัศน์ # 2.26 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นการวัดการเบี่ยงเบนของข้อมูลจากค่าเฉลี่ย อีกวิธีหนึ่ง

1. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่ม มี 2 วิธี

- 1.1 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่ม และไม่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right)^2}$$

โปรดทัศน์ # 2.26 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่มีการจัดกลุ่มแต่มีการแจกแจงความถี่

สูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{N} \right)^2}$$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่มีการจัดกลุ่ม

สูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{N} \right)^2}$$

โปรดทัศน์ # 2.27 สัมประสิทธิ์ความแปรปรวน

สัมประสิทธิ์ความแปรปรวน เป็นการคำนวณสัดส่วนของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานกับค่าเฉลี่ย ซึ่งจะบอกถึงการกระจายของข้อมูล

$$C.V. = \frac{S.D.}{\bar{X}} \times 100$$

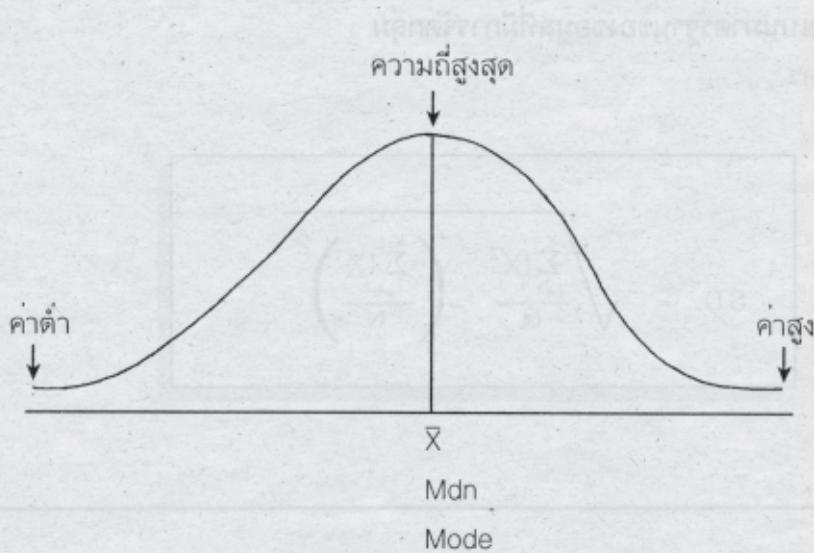
การแจกแจงความถี่มีลักษณะดังนี้

1. การแจกแจงความถี่ที่มีลักษณะปกติ หรือที่เรียกว่า "โค้งปกติ" ต้องมีลักษณะดังนี้

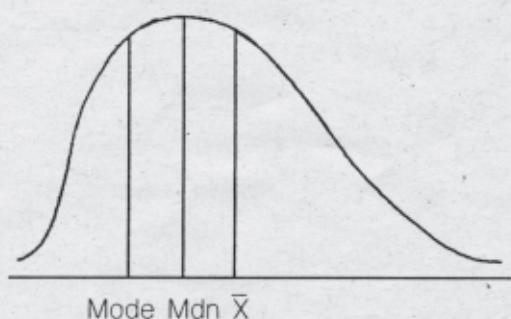
1.1 การแจกแจงเป็นรูประฆังค์ว่า (Bell Shaped Curve) คือมีค่าเฉลี่ยมัธยฐาน และฐานนิยม เท่ากัน

1.2 จุดยอดของโค้งปกติ แสดงถึงค่าความถี่สูงสุดของข้อมูลฐานของโค้งปกติทางด้านซ้าย และถูกต้อง ค่าของข้อมูลที่มีค่าต่ำ ฐานของโค้งปกติทางด้านขวาแสดงถึงค่าของข้อมูลที่มีค่าสูง

1.3 เส้นที่ลากจากจุดยอดของโค้งปกติตั้งมาพบแกนนอน จะแบ่งโค้งปกติตั้งมาพบแกนนอน จะแบ่ง โค้งปกติออกเป็น 2 ส่วนคือส่วนซ้าย และส่วนขวา ซึ่งจะมีลักษณะสมมาตร (Symmetry) กัน



2. การแจกแจงความถี่ที่มีลักษณะเบี้ยว หรือความเบี้ยวค่าเป็นบวก มีลักษณะดังนี้



2.1 ข้อมูลส่วนมากจะอยู่ทางซ้ายของโค้ง

2.2 ถ้ามีการเปรียบเทียบค่ากลางของข้อมูลจะพบว่า

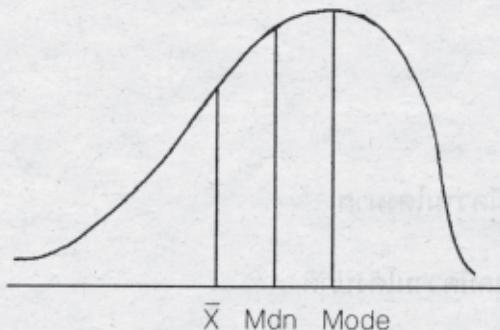
(1) ค่าเฉลี่ย \bar{X} จะมีค่ามากที่สุด

(2) ค่ามัธยฐาน (Mdn) จะมีค่าองลงมา

(3) ค่าฐานนิยม (Mode) จะมีค่าน้อยที่สุด

ทดสอบ # 2.28 (ต่อ)

3. การแจกแจงความถี่ที่มีลักษณะเบี้ยง หรือความเบี้ยงเมี้ยงค่าเป็นลบ มีลักษณะดังนี้



- 3.1 ข้อมูลส่วนมากจะอยู่ทางขวาของโค้ง
- 3.2 ถ้ามีการเปรียบเทียบค่ากลางของข้อมูลจะพบว่า
 - (1) ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) จะมีค่าน้อยที่สุด
 - (2) ค่ามัธยฐาน (Mdn) จะมีค่ารองลงมา
 - (3) ค่าฐานนิยม ($Mode$) จะมีค่ามากที่สุด

สูตรที่ใช้ในการตรวจสอบความเบี้ยง

$$Sk = \frac{3(\bar{X} - Mdn)}{SD}$$

ค่า Sk เป็น 0 มีความเบี้ยงปกติ

ค่า Sk เป็น - มีความเบี้ยงทางซ้าย

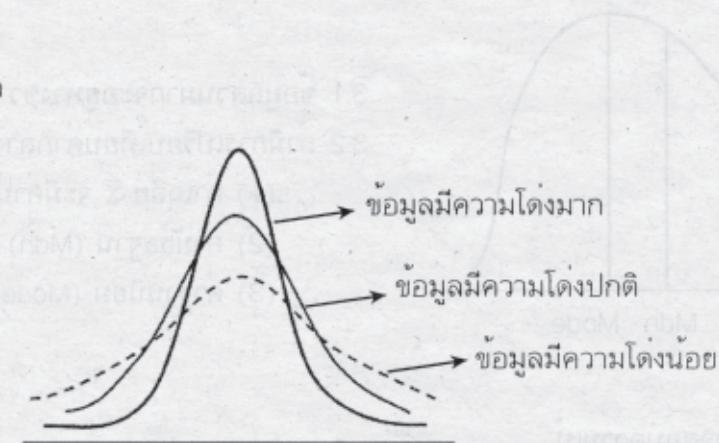
ค่า Sk เป็น + มีความเบี้ยงทางขวา

สถิติค้น # 2.29 ความโด่ง

(๖๙) ๒๕๓๘ วันที่ ๑๗๖

ความโด่งเป็นค่าที่แสดงถึงลักษณะเล่นโค้งของการแจกแจงข้อมูลว่าโด่งมากกว่าหรือโด่งน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการแจกแจงปกติ

ลักษณะของข้อมูล



สูตรการวัดความโด่ง

$$\text{Kurtosis} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(X_i - \mu)^4}{\sigma^4}$$

ได้ค่า Kurtosis = ๐ คือ ข้อมูลมีความโด่งปกติ

Kurtosis เป็นบวกคือข้อมูลมีความโด่งมาก

Kurtosis เป็นลบคือข้อมูลมีความโด่งน้อย

ความท้ายประเด็น

1. ในการสำรวจราคาลินค้าชนิดหนึ่งในจังหวัดต่างๆ ของประเทศไทยจำนวน 30 จังหวัดพบว่ามีการกำหนดราคาขายปลีกแตกต่างกัน ดังตารางแจ้งความถี่ดังไปนี้

ราคาลินค้า (บาท)	ความถี่ (จังหวัด)
2	5
3	10
4	10
5	5
	รวม 30

จงคำนวณหาค่าเฉลี่ยของราคาลินค้าดังกล่าว

2. ในการสำรวจราคาลินค้าชนิดหนึ่งในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 20 ร้านพบว่าราคาลินค้าดังกล่าวเป็นดังนี้

ราคา (X) (บาท)	ความถี่ (f) (ร้าน)
40–44	4
45–49	6
50–54	10
	$N = 20$

จงคำนวณหามัธยฐานของราคาลินค้าชนิดนี้

3. ค่าใช้จ่ายของลูกค้าที่เข้ามารับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งหนึ่งในวันที่ 15 มกราคม 2550 เป็นดังนี้

ค่าใช้จ่าย (บาท)	ความถี่ (คน)
80–89	8
90–99	18
100–109	4
รวม	30

จงหาฐานนิยมของค่าใช้จ่ายของลูกค้าร้านอาหารแห่งนี้

4. ราคาลินค์ชั้นนิตหนึ่งในจังหวัดภาคเหนือ 10 จังหวัด ปรากฏดังตาราง

ราคา (X)	ความถี่ (f)
45	1
44	2
43	3
42	2
41	1
40	1

จงคำนวณหาค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยของราคาลินค์ชั้นนิตนี้

5. ในการสำรวจราคาลินค์นิดหนึ่งจากร้านค้าต่างๆ 30 แห่งปรากฏผลดังตารางต่อไปนี้

ราคา (บาท)	ความถี่ (ร้าน)
1-3	10
4-6	10
7-9	10

จงหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของราคาลินค์นิดนี้

6. บริษัทไทยบริการได้ประเมินประสิทธิภาพการบริการของพนักงานสองกลุ่ม ซึ่งพนักงานทั้งสองกลุ่มต่างกันที่ในการให้บริการลูกค้าเหมือนกันเพียงแต่การบริการที่ให้แก่ลูกค้าทั้งสองกลุ่มนี้มีลักษณะแตกต่างกัน ผลของการประเมินการบริการทั้งสองกลุ่มนี้คือ

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2
$X = 50$	$X = 90$
$S.D = 5$	$S.D = 18$

จงเปรียบเทียบว่า การกระจายของข้อมูลที่ได้จากการประเมินประสิทธิภาพของพนักงานบริการกลุ่มไหนจะมากกวากัน

7. จากการสำรวจอายุของผู้ใช้บริการผลการสำรวจข้อมูลมีดังนี้ คือค่าเฉลี่ย = 60 ปี ฐานนิยม = 90 ปี มัธยฐาน = 70 ปี ข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงความถี่แบบใด (เบี้ยงหรือเบี้ยว)

8. จากการคำนวณค่าความโด่งของข้อมูลชุดหนึ่งได้ค่า Kurtosis เป็น 0 แสดงว่าข้อมูลชุดนี้มีลักษณะความโด่งเป็นอย่างไร

(M1) ภูมิใจ	(M2) ภารกิจ
บันทึกความ	
01	02
03	04
05	06
07	08
09	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46
47	48
49	50
51	52
53	54
55	56
57	58
59	60
61	62
63	64
65	66
67	68
69	70
71	72
73	74
75	76
77	78
79	80
81	82
83	84
85	86
87	88
89	90
91	92
93	94
95	96
97	98
99	100

บันทึกความ	บันทึกความ
01	02
03	04
05	06
07	08
09	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46
47	48
49	50
51	52
53	54
55	56
57	58
59	60
61	62
63	64
65	66
67	68
69	70
71	72
73	74
75	76
77	78
79	80
81	82
83	84
85	86
87	88
89	90
91	92
93	94
95	96
97	98
99	100

บันทึกความ	บันทึกความ
01	02
03	04
05	06
07	08
09	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46
47	48
49	50
51	52
53	54
55	56
57	58
59	60
61	62
63	64
65	66
67	68
69	70
71	72
73	74
75	76
77	78
79	80
81	82
83	84
85	86
87	88
89	90
91	92
93	94
95	96
97	98
99	100

หน่วยที่ 10

การเรียงสับเปลี่ยน การจัดหมวดหมู่ และการกระจายทิวนาม

โปรดทักษณ์ # 2.30 การนับ (counting)

การนับ (counting)

การนับเป็นการทำจำนวนที่ถูกต้องครบถ้วนของลิงของที่มีอยู่จำนวนหนึ่ง เช่น จำนวนต้นสือในกล่อง จำนวนผลไม้ในตระกร้า หรือจำนวนลินค้าที่โรงงานสามารถผลิตได้ในวันหนึ่ง โดยปกติเรา มักจะนับด้วย 1, 2, 3,... แต่ถ้าลิงของมีเป็นจำนวนมาก การนับเช่นนี้ย่อมเสียแรงงานและเวลา เราจึง นับอย่างมีหลักเกณฑ์ด้วยการนับคณิตศาสตร์เข้ามาช่วย คือ

1. หลักเกณฑ์โดยการบวก (Addition Principle)
2. หลักเกณฑ์โดยการคูณ (Multiplication Principle)

1. หลักเกณฑ์โดยการบวก

ในการปฏิบัติงานอย่างหนึ่งที่ประกอบด้วยรูปแบบการดำเนินงาน 1, 2, 3,... และ k ตามลำดับ ถ้าในรูปแบบการดำเนินงาน 1 มีวิธีการดำเนินงาน m_1 วิธีที่แตกต่างกัน ในรูปแบบการดำเนินงาน 2 วิธี การดำเนินงาน m_2 วิธีที่แตกต่างกัน และเรื่อยไปจนกระทั่งถึงในรูปแบบการดำเนินงาน k ที่มีวิธีการดำเนินงาน m_k วิธีที่ต่างกันเราจะได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดของวิธีการดำเนินงาน สำหรับการปฏิบัติงานนี้เท่ากับ

$$m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k \text{ วิธี}$$

2. หลักเกณฑ์โดยการคูณ

ในการปฏิบัติงานอย่างหนึ่งที่ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงาน k ขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันหรือ พร้อมกันและเป็นอิสระแก่กัน ถ้าสามารถดำเนินงานในขั้นตอนที่ 1 ได้ m_1 วิธี และไม่ว่าการดำเนินงาน ในขั้นตอนที่ 1 จะเสร็จสมบูรณ์ด้วยวิธีใดก็ตาม คงสามารถดำเนินงานในขั้นตอนที่ 2 ได้ m_2 วิธี และ เรื่อยไปจนกระทั่งขั้นตอน k ซึ่งไม่ว่าการดำเนินงานในขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2... จนถึงขั้นตอนที่ $k-1$ จะเสร็จสมบูรณ์ด้วยวิธีใดก็ตามคงสามารถดำเนินงานในขั้นตอนที่ k ได้ m_k วิธี เราได้จำนวนวิธีที่ แตกต่างกันทั้งหมดของวิธีการดำเนินงาน สำหรับการปฏิบัติงานนี้เท่ากับ

$$m_1 \cdot m_2 \cdots m_k \text{ วิธี}$$

โปรดักส์ # 2.31 แฟกทอรีเชล (Factorial)

แฟกทอรีเชล (Factorial)

แฟกทอรีเชลเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนผลคูณของเลขจำนวนเต็มบวกต่างๆ ที่มีค่าลดน้อยลงทีละ 1 ตามลำดับ

นิยาม

ก) แฟกทอรีเชล คือ ผลคูณของเลขจำนวนเต็มบวกที่ต่อเนื่องกัน ตามลำดับ ตั้งแต่ 1 ถึง n สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n!$ คือ $\underline{\underline{n}}$

ตัวอย่าง

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \dots 1$$

ใบตัด # 2.32 การเรียงลับเปลี่ยน

การเรียงลับเปลี่ยน (Permutation)

การเรียงลับเปลี่ยน เป็นการนำลิ่งของจำนวนหนึ่งมาวางเรียงต่อเนื่องกัน โดยคำนึงถึงความแตกต่าง ในตำแหน่งที่วางหรืออันดับเป็นสำคัญ

การเรียงลับเปลี่ยน มี 2 ลักษณะ คือ ได้แก่ การเรียงลับเปลี่ยนโดยคืนที่และการเรียงลับเปลี่ยน โดยไม่คืนที่

1. การเรียงลับเปลี่ยนโดยคืนที่

- จำนวนวิธี หาโดยใช้หลักเกณฑ์การคูณ

2. การเรียงลับเปลี่ยนโดยไม่คืนที่

แบ่งเป็น 2.1 วิธีเรียงลับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น สูตร ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

2.2 วิธีเรียงลับเปลี่ยนแบบวงกลม สูตร $\frac{n!}{r}$ หรือ $(n-1)!$ วิธี

การจัดหมู่ (Combination)

การจัดหมู่ เป็นการเลือกลิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเป็นหมู่โดยไม่คำนึงถึงตำแหน่งที่วางหรืออันดับ ของลิ่งของเป็นสำคัญ

การจัดหมู่ สามารถแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ คือ การจัดหมู่หมู่เดียว และการจัดหมู่หลายหมู่

1. การจัดหมู่หมู่เดียว สามารถแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่

$$1.1 \text{ จำนวนวิธี } = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

1.2 มิได้แตกต่างกันทั้งหมด

- พิจารณาแต่ละแบบ

2. การจัดหมู่หลายหมู่ สามารถแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

2.1 ลิ่งของจัดหลายหมู่แต่ละหมูมีลิ่งของเป็นจำนวนไม่เท่ากัน (คำนึงถึงลำดับหรือไม่ก็มีค่า เท่ากัน)

$$\text{จำนวนวิธี} = \binom{n}{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

โจทย์คณ์ # 2.32 (ต่อ)

2.2 จัดหน้ายาหมุแต่ละหมุมีลิขของเป็นจำนวนเท่ากัน

2.2.1 คำนึงถึงลำดับของหมุเป็นสำคัญ

$$\text{จำนวนวิธี} = \binom{n}{r, r, r, \dots, r} = \frac{n!}{\underbrace{r! r! r! \dots r!}_{\text{จำนวน } k \text{ หมุ}}}$$

2.2.2 ไม่คำนึงถึงลำดับของหมุเป็นสำคัญ

$$\text{จำนวนวิธี} = \binom{n}{r, r, r, \dots, r} \frac{1}{k!} = \frac{n!}{r! r! r! \dots r!} \cdot \frac{1}{k!}$$

2.3 จัดหน้ายาหมุที่บางหมุมีลิขของจำนวนเท่ากัน อาจใช้สูตรในข้อ 2.2.1 หรือ 2.2.2 ขึ้นอยู่กับว่าคิดลำดับเป็นสำคัญหรือไม่โดย r จะเป็นเท่าใดในแต่ละหมุก็นำค่านั้นมาใช้

مسئลักษณ์ # 2.34

ทฤษฎีบทวินาม

นักเรียนสามารถทำได้

ถ้า g เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใดๆ การกระจายทวินาม $(x+y)^n$ คือ

$$(x+y)^n = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} \cdot y + \binom{n}{2} x^{n-2} \cdot y^2 + \dots + \binom{n}{r} x^{n-r} \cdot y^r + \dots + \binom{n}{n-1} x \cdot y^{n-1} \\ + \binom{n}{n} y^n$$

พจน์ต่างๆ ของการกระจายทวินาม

การหาพจน์ใดๆ ของการกระจายทวินาม สามารถทำได้โดยตรงจากรูปของ

พจน์ทั่วไป โดยไม่จำเป็นต้องทำการกระจายทวินามนั้นๆ นั่นคือ พจน์ที่ $r+1$ ของการกระจาย $(x+y)^n$ ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ T_{r+1}

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r} \cdot y^r$$

สำหรับการหาพจน์กลางเมื่อ

g เป็นจำนวนคู่ใช้ $T_{n/2+1}$

g เป็นจำนวนคู่ใช้ $T_{\frac{n-1}{2}+1}$ หรือ $T_{\frac{n+1}{2}+2}$

คําถามท้ายประเด็น

แบบฝึกหัดภาษาไทย

1. ร้านเบอร์เกอรี่แห่งหนึ่งมีของหวาน 12 ชนิด ซึ่งรับประทานคู่กับชา กาแฟ โกร์гон หรือ น้ำผลไม้ ถ้าดูงเดือนต้องการรับประทานของหวานกับเครื่องดื่ม เธอจะมีวิธีเลือกรับประทานทั้งหมดกี่วิธี
2. จงหาค่าของ $\frac{g}{n!}$ $\frac{9!}{7!}$
3. จะนำลูกกวาวัดนานานาชนิด 5 เม็ด ไปแจกเด็กได้กี่วิธี ถ้ามีเด็กทั้งหมด 3 คน
4. ชาวสวนคนหนึ่งจะปลูกต้นมะพร้าว 5 ต้น ต้นปาล์ม 3 ต้น และต้นดาล 2 ต้น เป็นແ霎ตรวจสอบได้ กี่วิธี ถ้าต้นไม้ชนิดเดียวกันถือว่าไม่แตกต่างกัน
5. ชาย 4 คน และหญิง 4 คน นั่งกับพื้นล้อมวงเพื่อเล่นรอบกองไฟได้กี่วิธี ถ้าแต่ละคนจะนั่งที่ได้ ก็ได้
6. บริษัทแห่งหนึ่งพิจารณาคัดเลือกบุคคลที่มีคุณสมบัติตามต้องการเข้าทำงานในตำแหน่ง เลขานุการ 4 อัตรา จากผู้สมัครทั้งสิ้น 16 คน อยากร้าบว่าบริษัทจะมีวิธีคัดเลือกบุคคลกี่วิธี ถ้ามีเงื่อนไข
 - ก. ผู้สมัครงานทุกคนมีคุณสมบัติตามต้องการ
 - ข. มีผู้สมัครงาน 6 คน ที่มีคุณสมบัติไม่ตรงตามต้องการ
 - ค. ผู้สมัครงานทุกคนมีคุณสมบัติตามต้องการ แต่มีผู้สมัครงานคนหนึ่งต้องได้รับ การคัดเลือก
7. จงกระจาย ก. $(a + b)^4$
ข. $(2x - y)^5$
8. จงหาพจน์ที่ 4 ของการกระจาย $(x - 2y)^8$
9. จงหาพจน์ที่ 8 ของการกระจาย $(m + 1)^{10}$
10. จงหาพจน์ที่ 6 ของการกระจาย $(a + 2)^0$

